



DAVID NƏSİBOV, RAFAEL ƏHMƏDOV
Azerbaijan Technical University, Baku, Azerbaijan
david.nasib@mail.ru(0502240785),
ahmedovrafael1927@gmail.com(0503285876)

STOXASTİK OBYEKT LƏRİN REQRESSIYA MODELİNİN QURULMASI

Açar sözlər: model, reqressiya, orta kvadratik, meyillənmə, natural miqyas, korrelyasiya

Ключевые слова: модель, регрессия, средне квадратическое, отклонения, натуральный масштаб, корреляция

Key words: model, regression, root-mean-square, deviation, natural scale, correlation

Passiv təcrübə üsulunun ən üstün cəhəti ondan ibarətdir ki, təcrübəyə heç bir xərc çəkilmir, verilənlər “öz- özünə” alınır. Lakin, əksər hallarda bu usula ümudlər özünü doğrultmur.

Passiv təcrübənin uğursuzluğunun təhlili bir neçə səbəb ortaya çıxardı. Birincisi, normal istismar şəraitində təcrübə nöqtələri bir- birinə çox yaxın olur ki, bu da təsadüfi səhvlərə çox güclü təsir göstərir. Nəticədə reqressiya əmsalları böyük xətalara hesablanır. İkincisi, passiv təcrübədə amillər bir-birilə güclü korrelyasiya əlaqəli olur, bu isə hansı amilin daha çox təsir etməsini aşkar etməyə imkan vermir. Üçüncüsü, istehsalat şəraitində amillərin özlərinin qiymətlərini nəzərə cərpacaq xətalara ölçülür. Bütün bu və digər səbəblərdən passiv təcrübəyə qarşı aktiv təcrübə üsulları qoyulur. Aktiv təcrübənin əsasını təcrübənin planlaşdırılması təşkil edir. Təcrübənin planlaşdırılması ideyasını ilk dəfə ingilis riyaziyyatçısı Fişer vermişdir. Aktiv təcrübə üsulunda tədqiqatçı təcrübə prosesini idarə etmək üçün aktiv optimal plan qurur. Belə təcrübənin nəticələrini riyazi model qurmaq məqsədi ilə optimal alqoritm üzrə emal edirlər.

Fərz edək ki, stoxastik obyekt üzərində aparılmış müşahidələr nəticəsində əldə edilmiş eksperimental verilənlər cədvəl 1- də olduğu kimidir.

Cədvəl 1.

Təct. №	Amillər		Y_i	\hat{Y}_i	$(Y_i - \hat{Y}_i)^2$
	X_1	X_2			
1	1	3	5	5,27915	0,07792
2	4	2	13	10,86500	4,55822
3	1	5	9	7,67549	1,75433
4	2	1	4	5,14415	1,30908
5	3	4	11	11	0,00000
6	4	5	12	14,45915	6,04919
7	6	8	23	22,57670	0,17918
Σ	21	28	77		13,92792

Nəzərdə tutulur ki, paralel təcrübələr aparılmamışdır, yəni $m=1$ - dir. Obyektin reqressiya modelini

$$\hat{Y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 \quad (1)$$

şəklində quraq. Hər bir dəyişənin orta qiymətini (2) düsturları ilə, orta kvadratik meylini isə (3) düsturları ilə hesablayaq:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i, \quad \bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i \quad (2)$$

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2},$$

$$S_y = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2} \quad (3)$$



$$\bar{X}_1 = \frac{1+4+1+2+3+4+6}{7} = \frac{21}{7} = 3;$$

$$\bar{X}_2 = \frac{28}{7} = 4; \quad \bar{Y} = \frac{77}{7} = 11$$

$$S_{x_1} = \sqrt{\frac{1}{6}(4+1+4+1+0+1+9)} =$$

$$\sqrt{\frac{1}{6} \cdot 20} = 1,8257;$$

$$S_{x_2} = 2,3094; \quad S_y = 6,2982.$$

Bütün dəyişənlərin qiymətlərini normallaşdıraraq və nəticələri Cədvəl 2- yə yazaq:

$$X_1^0 = \frac{X_{11} - \bar{X}_1}{S_{x_1}} = \frac{1-3}{1,8257} = -1,09544;$$

$$X_7^0 = \frac{X_{17} - \bar{X}_1}{S_{x_1}} = \frac{6-3}{1,8257} = 1,64320.$$

$$Y_1^0 = \frac{Y_1 - \bar{Y}}{S_y} = \frac{5-11}{6,2982} = -0,95265;$$

$$Y_7^0 = \frac{Y_7 - \bar{Y}}{S_y} = \frac{23-11}{6,2982} = 1,90531.$$

Cədvəl 2

№	X_1^0	X_2^0	Y^0	$Y^0 X_1^0$	$Y^0 X_2^0$	$X_1^0 X_2^0$
1	-1,095	-0,433	-0,953	1,044	0,413	0,474
2	0,548	-0,866	0,318	0,174	-0,275	-0,474
3	-1,095	0,433	0,318	0,348	-0,138	-0,474
4	-0,548	-1,299	1,111	0,609	1,444	0,712
5	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
6	0,548	0,433	0,158	0,087	0,069	0,237
7	1,643	1,732	1,905	3,131	3,300	2,846
Σ				5,392	4,813	3,320

(5) düsturları ilə cüt korrelyasiya əmsallarını hesablayaq. Bunun üçün $y^0 x_1^0$, $y^0 x_2^0$ və $x_1^0 x_2^0$ hasillərini hesablayıb cədvəl 2- yə yazaq.

$$\left. \begin{aligned} r_{y_0 x_j^0}^* &= \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N y_i^0 x_{ji}^0 \\ r_{x_l^0 x_m^0}^* &= \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N x_{li}^0 x_{mi}^0 \\ l > m, \quad l, m &= 1, 2, \dots, k \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$r_{y^0 x_1^0} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N y_i^0 x_{1i}^0 =$$

$$= \frac{1}{6} \cdot 5,39183 = 0,89864$$

$$r_{y_0 x_2^0} = \frac{1}{6} \cdot 4,81261 = 0,80210$$

$$r_{x_1^0 x_2^0} = \frac{1}{6} \cdot 3,32037 = 0,55340;$$

$$r_{x_2^0 x_1^0} = 0,55340$$

$$r_{x_1^0 x_1^0} = 1; \quad r_{x_2^0 x_2^0} = 1.$$

Onda (6) xətti tənliklər sisteminə müvafiq olaraq aşağıdakı 2 məchullu tənliklər sistemini alırıq:

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 r_{x_1 x_2}^* + a_3 r_{x_1 x_3}^* + \dots + a_k r_{x_1 x_k}^* &= r_{y x_1}^* \\ a_1 r_{x_2 x_1}^* + a_2 + a_3 r_{x_2 x_3}^* + \dots + a_k r_{x_2 x_k}^* &= r_{y x_2}^* \\ a_1 r_{x_k x_1}^* + a_2 r_{x_k x_2}^* + a_3 r_{x_k x_3}^* + \dots + a_k &= r_{y x_k}^* \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{cases} 0,89864 = a_1 \cdot 1 + a_2 \cdot 0,55340 \\ 0,80210 = a_1 \cdot 0,55340 + a_2 \cdot 1 \end{cases}$$

Buradan

$$a_1 = 0,65551;$$

$$a_2 = 0,43934.$$

tapırıq. (7) düsturu ilə cəm korrelyasiya əmsalını tapaq:

$$R = \sqrt{a_1 r_{y x_1}^* + a_2 r_{y x_2}^* + \dots + a_k r_{y x_k}^*} \quad (7)$$

$$R = \sqrt{0,65551 \cdot 0,89864 + 0,43934 \cdot 0,80210} = \sqrt{0,58907 + 0,35239} = \sqrt{0,94146} = 0,97029$$

(8) düsturlarından istifadə edərək natural miqyasda keçək:

$$\begin{cases} b_j = a_j \frac{S_y}{S_{x_j}} \\ b_0 = \bar{y} - \sum_{j=1}^k b_j \bar{x}_j, \quad j = 1, 2, \dots, k, \quad j \neq 0 \end{cases} \quad (8)$$

$$b_1 = a_1 \cdot \frac{S_y}{S_x} = 0,65551 \cdot \frac{6,2982}{1,8257} = 2,26134$$

$$b_2 = a_2 \cdot \frac{S_y}{S_x} = 0,43934 \cdot \frac{6,2982}{2,3094} = 1,19817$$

$$b_0 = \bar{y} - (b_1 \bar{x}_1 + b_2 \bar{x}_2) = 11 - (2,26134 \cdot 3 +$$

$$1,19817 \cdot 4) = 11 - (6,78402 + 4,79268) = -0,57670.$$



Beləliklə, riyazi model

$$\hat{y} = -0,57670 + 2,26134x_1 + 1,19817x_2$$

şəklində olacaqdır. İndi isə məsələni Matlab sistemində həll etməyə çalışaq. M-fayl yaradaq və M-fayla aşağıdakı proqram kodunu yazaq.

$$x1 = [1 \ 4 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 6]';$$

$$x2 = [3 \ 2 \ 5 \ 1 \ 4 \ 5 \ 8]';$$

$$y = [5 \ 13 \ 9 \ 4 \ 11 \ 12 \ 23]';$$

$$X = [\text{ones}(\text{size}(x1)) \ x1 \ x2];$$

$$a = X \setminus y$$

M-faylı yerinə yetirdikdən sonra aşağıdakı nəticəni alırıq:

$$a = -0.5766$$

$$2.2613$$

$$1.1982$$

Bu model üzrə hesablanmış qiymətlər müqayisə üçün Cədvəl 1-də yazılmışdır.

Fişer kriteriyası ilə modelin adekvatlığını yoxlayaq. Bu məqsədlə (10) düsturu ilə qalıq dispersiyanı tapaq:

$$S^2_{qalıq} = \frac{m}{f} \sum_{i=1}^N (\bar{y}_i - \hat{y}_i)^2 \quad (10)$$

Bu misal üçün $m=1$, $f=Nm-1$; $l=2+1=3$

$f = 7-3=4$ olduğundan

$$S^2_{qalıq} = \frac{1}{4} \cdot 13,92792 = 3,48198.$$

Fişer kriteriyasının qiymətini (11) düsturu ilə hesablayaq:

$$F = \frac{S^2_y}{S^2_{qalıq}} > 1 \quad (11)$$

$$F = \frac{S^2_y}{S^2_{qalıq}} = \frac{(6,2982)^2}{3,48198} = 11,39217 > 1.$$

(12) şərtini də yoxlayaq:

$$F > F_{c(f_1, f_2)} \quad (12)$$

F_c -Fişer kriteriyasının cədvəl qiymətidir. $f_1=N-1$ və $f_2=N-l=N-n-1$.

$$F > F_{c(f_1, f_2)}$$

$$f_1=N-1=7-1=6; \quad f_2=N-l=N-n-1=4;$$

Mənalıq səviyyəsini $p=5\%$ ($p=0,05$) qəbul edərək cədvəldən $F_{c(6,4)}=6,16$. Göründüyü kimi $11,39217 > 6,16$ və deməli (12) şərti ödəndiyi üçün tərtib edilmiş riyazi model adekvatdır.

Misal.Fərz edək ki, kütləvi xidmət müəssisəsinə daxil olmaq üçün hər bir müştəri 50 qəpik, 1-

6 yaş müştəri 1 manat, 7-17 yaş müştəri 1,5 manat, 18-29 yaş müştəri 2 manat, 30-45 yaş müştəri 2,5 manat, 46 yaşdan yuxarı müştəri 2 manat, ödəməlidir.

Nəzərdə tutulur ki, paralel təcrübələr aparılmamışdır, yəni $m=1$ -dir. Obyektin reqressiya modelini

$$\hat{Y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 + b_5x_5 + b_6x_6 \text{ şəklində quraq.}$$

Məsələni Matlab sistemində həll edək.

Təct. №	Amillər						Y_i
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	
1	1	2	1	1	3	2	17.5
2	2	1	3	2	1	3	19
3	2	3	1	2	3	1	19
4	4	2	3	1	4	2	24.5
5	3	2	4	2	2	1	20.5
6	2	4	3	1	4	2	25.5
7	1	2	3	1	2	3	20
Σ							

M-fayla aşağıdakı proqram kodunu əlavə edirik:

$$x1=[1 \ 2 \ 2 \ 4 \ 3 \ 2 \ 1]'$$

$$x2=[2 \ 1 \ 3 \ 2 \ 2 \ 4 \ 2]'$$

$$x3=[1 \ 3 \ 1 \ 3 \ 4 \ 3 \ 3]'$$

$$x4=[1 \ 2 \ 2 \ 1 \ 2 \ 1 \ 1]'$$

$$x5=[3 \ 1 \ 3 \ 4 \ 2 \ 4 \ 2]'$$

$$x6=[2 \ 3 \ 1 \ 2 \ 1 \ 2 \ 3]'$$

$$y=[17.5 \ 19 \ 19 \ 24.5 \ 20.5 \ 25.5 \ 20]'$$

$$X=[\text{ones}(\text{size}(x1)) \ x1 \ x2 \ x3 \ x4 \ x5 \ x6]$$

$$a = X \setminus y$$

$$a =$$

$$0.0000$$

$$0.5000$$

$$1.0000$$

$$1.5000$$

$$2.0000$$

$$2.5000$$

$$2.0000$$

Məsələnin riyazi modeli

$$\hat{Y} = 0.5x_1 + x_2 + 1.5x_3 + 2x_4 + 2.5x_5 + 2x_6$$

şəklində olar.

**Ədəbiyyat**

1. Корнюшко В.Ф, Морозова О.А., Стохастическиематематическиемодели, Москва, 2006

Давид Насибов, Рафаэль Ахмедов

СТРУКТУРНАЯ МОДЕЛЬ СТОХАСТИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Резюме

В некоторых случаях функционирование системы не определяется полностью ее параметрами, начальным состоянием и внешними воздействиями, а зависит от каких-то случайных факторов. Такие системы называются стохастическими. Для их изучения используется метод статистического моделирования, который состоит в многократном проведении испытаний с последующей статистической обработкой получающихся результатов.

David Nasibov, Rafael Ahmadov

STRUCTURAL MODEL OF STOCHASTIC OBJECTS

Summary

In some cases, the functioning of the system is not completely determined by its parameters, initial state and external influences, but depends on some random factors. Such systems are called stochastic. To study them, the method of statistical modeling is used, which consists of repeated tests with subsequent statistical processing of the results.